Mathématiques B/L

Conception ESSEC/HEC Paris

Session 2023

1 – Le sujet

Le sujet était constitué de quatre exercices indépendants entre eux, traitant de thèmes distincts du programme de première et de deuxième année.

Chaque exercice comportait des questions élémentaires et des exemples numériques visant à récompenser tout candidat sérieux ayant travaillé le cours. Chaque exercice comportait également des questions plus théoriques et plus ambitieuses.

Les exercices et parties les plus abordés ont été :

- -le premier exercice
- -la première partie de l'exercice 2
- -la première partie de l'exercice 3
- -la première partie de l'exercice 4.

2 – Barème, attentes du jury

Le jury constate une très grande hétérogénéité dans les copies, tant sur la forme que sur le fond.

Les correcteurs attendent des copies lisibles, rédigées avec soin et clairement structurées. A l'opposé, le jury déplore un certain nombre de copies ostensiblement négligées. Ainsi, plusieurs copies n'ont aucun résultat encadré. D'autres enchaînent les pages entièrement rayées ou raturées. Nous invitons donc les futurs candidats à faire si nécessaire des essais au brouillon, de manière à rendre une copie propre, lisible, dont les résultats sont encadrés.

Le jury autorise naturellement les candidats à admettre un résultat afin de poursuivre. Sans abuser de cette pratique, il est également possible de passer une question puis d'y revenir ensuite, mais il faut alors respecter avec soin la numérotation des questions et l'indiquer très clairement sur la copie afin que le jury puisse facilement identifier de quelle question il s'agit.

Les correcteurs attendent des candidats qu'ils se limitent aux théorèmes, propositions et méthodes figurant au programme officiel. Tout autre résultat n'est pas recevable. Certaines copies utilisent des méthodes de calcul de déterminant de taille 3 ou raisonnent sur le polynôme caractéristique de la matrice, notions très clairement hors programme dans la filière ECG. L'utilisation d'un résultat hors programme pour résoudre une question ne rapporte aucun point.

De même, lorsque l'énoncé demande de redémontrer un résultat que la plupart des candidats ont déjà vu en cours (comme dans l'exercice 4), alors le jury attend que les candidats restituent la démonstration puisque celle-ci est l'objet même de la question.

Le jury attend des candidats une parfaite connaissance des méthodes du programme mais aussi une bonne maîtrise des techniques fondamentales de calcul. Dans ce domaine, certaines difficultés relèvent de lacunes de lycée, notamment lorsqu'il s'agit, comme dans l'exercice 1, de tracer le tableau de variations d'une fonction d'une variable réelle, de résoudre une équation ou de calculer une limite ou une dérivée. Dans la moitié des copies, les résultats sont faux ou bien les calculs s'avèrent lents et maladroits. Le jury ne peut qu'encourager les futurs candidats à s'entraîner à mener de tels calculs.

Le jury attend aussi des candidats qu'ils comprennent l'enchaînement des questions et la logique interne à chaque exercice. Cette difficulté a ralenti beaucoup de candidats dans l'exercice 2. La logique du problème n'est pas comprise puisque bon nombre de candidats ne songent pas à relier les questions entre elles et recommencent de nouveaux calculs fastidieux à chaque question.

Mais l'on trouve également de bonnes copies qui répondent aux attentes de l'épreuve : rapidité et justesse d'exécution dans les calculs, discernement et rigueur dans les raisonnements, bonne maîtrise des méthodes du programme.

3 – Remarques de correction, commentaires synthétiques

Exercice 1.

Ce premier exercice a révélé d'importantes **lacunes de cours** (définition d'une densité, définition d'une fonction continue, calcul du nombre dérivé par la limite du taux d'accroissement...) et des **difficultés de calcul** (calcul d'une dérivée, calcul d'une primitive, résolution d'une équation...). De tels calculs ont visiblement pris beaucoup de temps aux candidats puisque dans beaucoup de cas, la résolution (partielle) du seul exercice 1 constitue la moitié du travail finalement rendu.

- Dès la première question, de graves lacunes sur les études de fonctions sont visibles. Les notions de parité, de continuité, de dérivabilité en un point au moyen du taux d'accroissement posent des problèmes, de même que les calculs de dérivées ou de limites.
- La question 2 montre que beaucoup de candidats ne connaissent pas les critères que doit vérifier une densité de probabilité.
- Dans la question 3, certains candidats se contentent de dériver F_X pour conclure que c'est la fonction de répartition de X.
- La question 3(c) révèle la difficulté à résoudre une équation.
- Dans la question 4, beaucoup de candidats ne remarquent pas que T est une variable aléatoire à valeurs dans R^+. Même remarque pour T^2. On trouve donc, dans les copies, des densités non nulles sur R^-, parfois même des densités à valeurs strictement négatives.

Exercice 2.

Les candidats ont essentiellement abordé la partie 1. Très peu de copies ont abordé les parties 2 et 3.
Le principal écueil a été la difficulté à relier les questions entre elles afin d'éviter de se lancer dans des calculs ou des pivots de Gauss souvent inextricables.

- Dans la question 2 où l'on demande une base orthogonale de F, trop peu de candidats vérifient que les vecteurs sont dans F.
- Dans la question 3, très peu de candidats pensent à utiliser la formule de la projection orthogonale dans une base orthonormée. La formule, pourtant au programme officiel, ne semble pas connue.
- Dans la question 3, pour montrer que A est inversible, diagonalisable ou pour trouver les valeurs propres, très peu font le lien avec ce qui précède. Certains avaient pourtant trouvé la matrice Delta de la question 3(b), matrice qui permettait de répondre directement à toutes ces questions.
- Dans la partie 2, certains candidats utilisent des résultats hors programme sur les symétries sans les démontrer. Le jury rappelle que tout ce qui n'est pas mentionné dans le programme officiel doit être redémontré.

Exercice 3.

L'exercice 3 a mis en lumière des difficultés techniques dans le calcul intégral : difficultés à manipuler les intégrales (linéarité, changement de variable, intégration par parties) mais aussi difficultés à montrer qu'une intégrale généralisée converge.

- Dans la première question, certains candidats confondent séries géométriques et séries de Riemann. D'autres se contentent de répondre que la série converge car c'est une série de Riemann, sans préciser le critère portant sur l'exposant.

- Les nombreuses erreurs dans la question 2(a) illustrent la difficulté inhérente à tout calcul.
- En 2(b), très peu de candidats donnent les bons arguments pour justifier la stricte positivité de W_n.
- Dans les questions 2(c), 2(d) et les suivantes, beaucoup de candidats se lancent dans des récurrences qui n'aboutissent pas.
- Dans la première question de la partie 2, figure une formule, pourtant classique, qui n'a pas toujours été reconnue.
- La question 3(a) de la partie 2 a mis en lumière la difficulté pour beaucoup de candidats à démontrer qu'une intégrale converge.

Exercice 4.

La plupart des copies n'ont abordé que la première partie et le tout début de la seconde partie, notamment l'exemple portant sur la matrice de taille 2.

- Il est demandé au début de l'exercice de démontrer des résultats classiques, que beaucoup de candidats semblent certes connaître, mais qui ne figurent pas au programme officiel, notamment la stabilité de la loi de Poisson par addition. Il est donc attendu que les candidats les redémontrent puisque c'est l'objet même de la question.
- Dans la seconde partie, les candidats mènent parfois des calculs abusifs et non rigoureux pour aboutir au résultat qui est donné par l'énoncé.

4 – Conseils aux futurs candidats

- Mener un travail assidu et régulier ciblé **sur l'apprentissage du cours :** s'assurer une parfaite connaissance des définitions, une bonne maîtrise des objets du programme et savoir mettre en œuvre les principaux théorèmes.

- S’entraîner à **mener des calculs** (calcul d'intégrales, calcul de dérivées, calculs de limites, recherche de primitives, recherche de bases d'espace vectoriels...).
  Répondre à une question nécessite non seulement de connaître la méthode de résolution mais aussi d'être capable de mener jusqu'au bout un calcul ou un raisonnement.

- Lire dès le début tout le sujet pour organiser efficacement son temps : repérer dans chaque exercice les parties que l'on sait traiter.

- Identifier les questions liées entre elles et penser à utiliser les résultats précédents.

- Soigner le fond et la forme : la qualité de la rédaction et de l'argumentation, tout comme la présentation et la lisibilité.

- Avoir une bonne connaissance de ce qui figure au **programme officiel** (et de ce qui n'y figure pas). Les attendus de l'épreuve reposent sur le texte du programme officiel. Tout autre résultat doit être redémontré.

- Acquérir une distance critique vis à vis de ses résultats, s'inquiéter de la cohérence de ceux-ci (densité de probabilité à valeurs strictement négatives, fonction qui décroît et tend vers + infini en + infini, matrice inversible dont 0 est valeur propre...).

En conclusion, le jury rappelle qu'il n'est nul besoin de faire les questions très difficiles pour obtenir une note plus que convenable. Seule la méconnaissance manifeste du cours et des techniques fondamentales de calcul ou de raisonnement fait drastiquement chuter la note.